МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2022–2023 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 9 классов

Уважаемый участник Олимпиады!

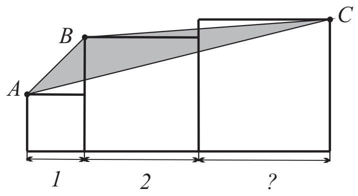
1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.
2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.
3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.
4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.
5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.
6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 3 часа 55 минут.

Желаем вам успеха!

9.1. По вазам разложили 60 яблок и 60 персиков так, что во всех вазах оказалось поровну яблок, но в любых двух вазах — разное число персиков (возможно, что в одной из ваз персиков нет совсем). Какое наибольшее число ваз могло быть использовано? Ответ обоснуйте.



К условию задачи 9.2

9.2. На плоскости расположено три квадрата так, как указано на рисунке. Длина стороны левого квадрата равна 1 см, длина стороны среднего — 2 см, о длине стороны правого квадрата ничего неизвестно. Докажите, что площадь треугольника ABC не зависит от размера правого квадрата и найдите её.

9.3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4x^2 - 2xy + 7y^2 \leqslant 1, \\ 2x - 5y \geqslant 2. \end{cases}$$

9.4. Из точки A за пределами окружности проведены к ней две касательные AB и AC. Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков AB и AC, не пересекает эту окружность.

9.5. Проезжая в автобусе мимо кинотеатра, ученик успел заметить только часы (но не минуты) начала четырёх сеансов: 1-й сеанс: 11 часов … минут, 2-й сеанс: 12 часов … минут, 7-й сеанс: 22 часа … минут, 8-й сеанс: 23 часа … минут. Определите самое позднее возможное время начала первого сеанса, если известно, что сеансы идут без перерывов и начинаются в целое число минут соответствующего часа. Предполагается, что продолжительность каждого из восьми сеансов одинакова.

9.6. Вычислите без калькулятора

$$\frac{(10^4+324)\cdot(22^4+324)\cdot(34^4+324)\cdot(46^4+324)\cdot(58^4+324)}{(4^4+324)\cdot(16^4+324)\cdot(28^4+324)\cdot(40^4+324)\cdot(52^4+324)}.$$